

Geometrik Cebir ile

DOĞANIN
TAM SİMETRİK YAPILARI

Prof. Dr. Abidin KILIÇ

© Copyright 2021

Bu kitabın, basım, yayın ve satış hakları Akademisyen Kitabevi A.Ş.'ne aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kâğıt ve/veya başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz, dağıtılamaz. Tablo, şekil ve grafikler izin alınmadan, ticari amaçlı kullanılamaz. Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır.

ISBN

978-625-7354-69-1

Kitap Adı

Doğanın Tam Simetrik Yapıları

Yazar

Prof. Dr. Abidin KILIÇ

ORCID iD: 0000-0003-4567-5207

Yayın Koordinatörü

Yasin Dilmen

Sayfa ve Kapak Tasarımı

Akademisyen Dizgi Ünitesi

Yayıncı Sertifika No

47518

Baskı ve Cilt

Bizim Dijital Matbaacılık

Bisac Code

SCI055000

GENEL DAĞITIM

Akademisyen Kitabevi A.Ş.

Halk Sokak 5 / A

Yenişehir / Ankara

Tel: 0312 431 16 33

siparis@akademisyen.com

www.akademisyen.com

ÖNSÖZ

Doğa'nın gücü nereden geliyor diye hep düşünmüşümdür. Bulduğum en anlamlı yanıt "bilinmezliği" dir. Son yüzyılda fiziğin sayesinde öğrendiklerimiz gerçeğin de bir tesadüflerin eseri olduğunun altını çiziyor. Bildiğimizi sandığımız her şey aslında yok mu yoksa? Bir tür derin öğrenme aracı mı insanlık?

Derin öğrenmeden bildiğimiz gerçekliğe döndüğümüzde, bugünkü bilimsel yeterliliklerimizin oluşmasında büyük pay sahibi her bir bilim insanının katkısını saygı ile anmak gerekiyor. Bilim dili matematiğin fizik bilimine getirdiği kolaylıkların sayısını sanırım bilmek imkansız. Terside doğrudur.

William Kingdon Clifford da bu önemli katkı sağlayan bilim insanlarından birisi. Kısa ömrüne bir cebir yaratmayı sığdırmış hem de çağının zorluklarına rağmen. Clifford Cebiri'nin fizikteki uygulamaları, özellikle işlem kolaylığı sağlaması ve çok boyutlu uzayları tanımlamadaki sağladığı olanakları açısından dikkat çekicidir.

Bu eserde, Clifford Cebiri'nin Tam Simetrik Molekül yapıları ile bir uygulaması yapılmıştır. Kitabın özellikle Matematik ve Fizik Lisansüstü öğrencileri için kaynak olabileceği düşüncesindeyim.

Bu kitabın oluşmasında elbette uzun yılların birikmişliği var. Bunda Değerli Hocam Prof. Dr. Kudret Özdaş başta olmak üzere, varlığı ile güç veren Prof. Dr. Mustafa Şenyele teşekkürlerimi sunmak isterim.

Sevgili aileme, eşime ve elbette biricik kızım Elif'e sabırları için teşekkür ediyorum.

Bir küçük damla da olsa katkısı olması dileği ile.

Prof. Dr. Abidin KILIÇ

İÇİNDEKİLER

Önsöz.....	iii
------------	-----

1. BÖLÜM

Giriş	1
-------------	---

2. BÖLÜM

Clifford Cebiri	5
-----------------------	---

2.1. Altuzaylar.....	6
----------------------	---

2.2. İkiyevektörler	7
---------------------------	---

2.3. Öklidyen Düzlemi	8
-----------------------------	---

2.4. Üç Boyut	10
---------------------	----

2.5. Üçvektörler	12
------------------------	----

2.6. n-vektörün Derecesi	13
--------------------------------	----

2.7. Çokluvektörler	14
---------------------------	----

2.8. Geometrik Çarpım	16
-----------------------------	----

2.9. İç Çarpım	23
----------------------	----

2.10. İç, Dış ve Geometrik Çarpım	25
---	----

2.11. R^2 de Cl_2 'nin Matris Gösterimi.....	25
--	----

2.12. R^3 'de Cl_3 'ün Matris Gösterimi	26
---	----

3. BÖLÜM

Clifford Cebirinde Cebirsel İşlemler	29
3.1. Bir Çokluvektörün Derecesi	29
3.2. Bir Çokluvektörün Tersisi.....	31
3.3. Sankiskalar (pseudoscalar)	32
3.4. Bir Çokluvektörün Duali.....	33
3.5. Bir Çokluvektörün İzdüşümü ve Dik Bileşeni	34
3.6. Yansıma Operasyonu	37

4. BÖLÜM

Clifford Cebirinin Dönme Operasyonlarına Uygulanması	41
4.1. Öklid Düzleminde Dönme Operasyonu	41
4.2. Öklid Uzayında Dönme Operasyonu.....	47

5. BÖLÜM

Altın Oran ve Platonik Katılar.....	55
5.1. Altın Oran	57
5.2. Platonik Katılar	60
5.2.1. Platonik Katıların Geometrik Özellikleri.....	62
5.2.1.1. Tetrahedron.....	64
5.2.1.2. Küb	66
5.2.1.3. Oktahedron	67
5.2.1.4. İkosahedron	69
5.2.1.5. Dodekahedron	71

6. BÖLÜM

Platonik Katıların Simetri Grubu	75
6.1. Grup Kavramı.....	75
6.2. Permütasyon Grup Kavramı.....	76
6.3. Alt Grup Kavramı	77
6.4. İzomorf Gruplar	78

6.5. Bir Grubun Devirli Alt Grupları	79
6.6. Temel Hareket Grupları	81
6.6.1. Düzgün Bir Çokgenin 3-boyutlu Uzaydaki Kongruansları	82
6.6.1.1. Verilen bir Geometrik Şeklin Uzayda veya Düzlemde Kongruansları Grubunun Genel Tanımı	83
6.6.1.2. Doğrunun, Dairenin ve Düzlemin Hareket Grubu	83
6.7. Platonik Katların Simetri Grupları	84
6.7.1. Tetrahedronun Simetri Grubu	84
6.7.2. Kübün Simetri Grubu	85
6.7.3. Oktahedronun Simetri Grubu	87
6.7.4. İkosahedronun Simetri Grubu	88
6.7.5. Dodekahedronun Simetri Grubu	90
 7. BÖLÜM	
Platonik Katların Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiriyle İncelenmesi	93
7.1. Tetrahedronun Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiriyle İncelenmesi	93
7.2. Kübün Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiriyle İncelenmesi	96
7.3. Oktahedronun Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiriyle İncelenmesi	98
7.4. İkosahedronun Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiriyle İncelenmesi	100
7.5. Dodekahedronun Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiriyle İncelenmesi	102
 SONUÇ	105
KAYNAKLAR.....	107

KAYNAKLAR

1. DORAN, C. J. L., HESTENES, D., SOMMEN, F. ve VAN ACKER, N., *Lie Groups as spin groups*, J.Math. Phys., **34**(8):3642, (1993).
2. KINLE, M., *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Pres, UK, (1972).
3. ATIYAH, M. ve F. SINGER, I. M., *The Index Of Elliptic Operators On Compact Manifolds*, Bull, A.M.S., **69**:422, (1963).
4. HESTENES, D., <http://modelingnts.la.asu.edu/pdf/NFMPchapt1.pdf>, (1998).
5. LAWSON, H.B. ve MICHELSON, M.L, *Spin Geometry*, Princeton University Pres, (1989).
6. FRITZER H. P., *Molecular Symmetry with Quaternions*, Spectrochimica Acta, **A57**, 1919-1930, (2001).
7. ZAHARIA, M. D., DORST, L. ve MANN, S., *Geometric Algebra: A Computational Framework for Geometrical Applications*, IEEE Computer Graphics and Applications, pp. 24-31, (2002).
8. HESTENES, D. ve SOBCYK, G., *Clifford Algebra to Geometric Calculus: A Unified Language for Mathematics and Physics*, Kluwer Academic Publishing, Dordecht, (1987).
9. HESTENES, D., *New Foundations For Classical Mechanics*, Kluwer Academic Publishing, Dordecht, (1986).
10. LOUNESTO, P., *Clifford Algebras and Spinors*, Cambridge University Pres, UK, (1997).
11. LOUNESTO, P., *Introduction to Clifford Algebras*, TTU Press, Cookeville, (2002).

12. CONWAY, J. H., HARDIN, R.H. ve SLOANE, N.J.A., *Packing Lines, etc.: Packing in Grassmannian Spaces, Experimental Mathematics*, Vol. 5, 139-159, (1996).
13. ZAHARIA, M. D., *Computer Graphics from a Geometric Algebra Perspective*, IAS Technical Report Series, IAS-UVA, 02-05, Nr, (2002).
14. ALEXANDROFF, P.S., *Gruplar Teorisine Giriş*, Çev. Ali YAR, Türk Matematik Derneği, İstanbul, (1962).
15. JOLBOUT, A. F., *Metamorphosis of Polyhedrons 2. Oktahedron to Dodecahedron*, Journal of Molecular Structure, 197-205, (2002).
16. JOHNDALE, C.S., *Self-Assembling Micrite Based on the Platonic Solids*, Robotics and Autonomous Systems, 38, 62-92, (2002).
17. www.toshen.com/dodecahedron.html
18. BRACX, F., DELANGLE, R. ve SERRAS, H., *Clifford Algebras and their Applications in Math. Phy.*, Deinze, (1993).
19. GURLEBECK, K. ve SPROSSIG, W., *Quaternionic and Clifford Calculuc for Physicists and Engineers*, John Willey&Sons, (1997).
20. ZAHARIA, M. D. ve DORST, L., *Modeling and Visualization of 3D Polygonal Mesh Surfaces Using Geometric Algebra*, Accepted for Computers & Graphics, (2003).
21. JANCEWICZ, B., *Multivectors and Clifford Algebra in Electrodynamics*, World Scientific, Singapore, (1989).
22. BAYRO, E., *Modeling the 3D kinematics of the eye in the geometric algebra framework*, Pattern Recognition, V36, 2993-3012, (2003).
23. POKORNY, A., HERZIG, P. ve ALTMANN, S.L., *On the Generation of Point Groups in Spaces of Various Dimensions*, Spectrochimica Acta, A57, 1931-1939, (2001).
24. HECKENBERGER, I., *Spin geometry on Quantum Groups Via Covariant Differential Calculi*, Advances in Mathematics, V175, 197-242, (2003).