

AKTÜERYA MATEMATİĞİ VE YAŞAM ANALİZİ

**Prof. Dr. Fikri AKDENİZ
Yard. Doç. Dr. Funda ERDUGAN**



**AKADEMİSYEN
KİTABEVİ**



AKADEMİSYEN
KITABEVİ

© Copyright 2016

Bu kitabın, basım, yayın ve satış hakları Akademisyen Kitabevi A.Ş.'ne aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kağıt ve/veya başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz, dağıtılamaz. Tablo, şekil ve grafikler izin alınmadan, ticari amaçlı kullanılamaz. Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır.

ISBN

978-605-9942-76-8

Sayfa ve Kapak Tasarımı

Kerem ACAR

Kitap Adı

Aktüerya Matematiği ve Yaşam Analizi

Yayıncı Sertifika No:

25465

Yazarlar

Prof. Dr. Fikri AKDENİZ

Yard. Doç. Dr. Funda ERDUGAN

Baskı ve Cilt

Sonçağ Matbaacılık

ANKARA/2016

DOI

10.37609/akya.1706

Yayın Koordinatörü

Yasin DİLMEN

GENEL DAĞITIM
Akademisyen Kitabevi A.Ş.

Halk Sokak 5 / A

Yenişehir / Ankara

Tel: 0312 431 16 33

siparis@akademisyen.com

www.akademisyen.com

ÜÇÜNCÜ BASKI İÇİN ÖNSÖZ

Bu kitap yaşam sigortasının aktüerya matematiği için temel kavramları içerecek biçimde yazıldı. Kitabın içeriğinin bir yarı yıllık sürede verilmesi uygun olur. Tek değişkenli analiz ve olasılık derslerinin bilinmesi kitabın daha iyi anlaşılması için yararlı olacaktır. Yedi bölümden oluşan kitabın tüm bölümlerinde sunulan teorinin uygulanabilirliğini göstermek üzere çok sayıda örnek ve çözülmüş alıştırmalara yer verilmiştir. Öğrencilerin örnekleri ve çözülmüş alıştırmaları anlamalarıyla bölüm sonlarındaki alıştırmaları çözmeleri beklenir. Bu kitap 2005-2011 yılları arasında Çukurova Üniversitesi İstatistik Bölümü üçüncü sınıf öğrencilerine (haftada 3 saat) bir yarıyıldan verdiğim "Aktüerya Matematiği" ders notlarımdan genişletilmiştir. Kitabın üçüncü baskısında bazı hatalar düzeltilmiştir.

Aktüerya: Gelecekte meydana gelebilecek, belirsizlik veya risk içeren, özellikle sigorta ve emeklilikle ilgili olay ve süreçleri matematik, istatistik ve finans teorileri yardımıyla inceleyen disiplinler arası bir daldır. Sigortacılık matematiği olarak tanımlanabilir.

Aktüerya: İnsanların, doğum, ölüm, hastalık, sakatlık, emeklilik gibi yaşamını; yangın, kaza, deprem, sel, hırsızlık gibi mal varlığını etkileyen rastgeleliğe bağlı, öngörülemeyen olaylarla ve bu olayların finansal etkileriyle ilgilenir. Aktüerya bilimcileri bu tür olayların oluşma riskini analiz etmek, olasılıklarını tahmin etmek ve bu olayların finansal etkilerini hafifletici güvenlik programları oluşturmak üzere eğitilirler.

Aktüerya eğitimi ile aktüerya, olasılık, matematik, sigortacılık, bilgisayar, finans analizi, risk analizi gibi bilgilerle donatılmış; bazı sosyal bilimler dersleriyle desteklenmiş ve bu bilgileri ilgili olduğu her alanda kullanabilecek çağdaş, yaratıcı ve sorunları bağımsız olarak çözebilecek bireyler yetiştirilmelidir. Bunlara **aktüer** denilir.

Aktüer: Sigortacılık tekniği ile buna ilişkin yatırım, finansman ve demografi konularında olasılık ve istatistik kuramını uygulayarak, yasal düzenlemelere uygun prim, rezerv ve kâr paylarını hesaplayarak tanımlayan ve teknik esasları hazırlayan kişidir. Aktüerler ekonominin tüm sektörlerinde çalışabilirler. Ancak daha çok sigorta şirketleri, ticari bankalar ve yatırım bankaları gibi finansal hizmet sektörü ile özel ve kamu sosyal güvenlik kurumlarında çalıştıkları bilinmektedir. Aktüerlerin ağırlıklı olarak sigorta şirketlerinde çalışmasının nedeni risk yönetiminin toplum tarafından en iyi bu alanda hissedilmesidir. Aktüerya eğitimi almanın, aktüerliğin toplum tarafından yeni tanınan bir meslek olmasından dolayı bir takım zorlukları olduğu gibi, aktüer sayısının azlığı ve sektörün aktüerlere olan gereksinimi ve dünyada aktüerliğin aranan meslek grupları içerisinde yer alması gibi avantajları da bulunmaktadır.

Aktüerya ve Risk analizi dersleri birkaç Aktüerya bölümü dışında, Üniversitelerimizin Matematik ve İstatistik bölümlerinde henüz yaygın olarak verilmese de gelecek yıllarda olumlu gelişmeler olacağını düşünüyoruz. Aktüerya bilim dalında gelişme gösterecek insanlarımızla bilgimizi paylaşmaktan mutluluk duyuyoruz. Kitabın yararlı olmasını dileriz.

Prof. Dr. Fikri Akdeniz
Yrd. Doç Dr. Funda Erdugan
Adana, 2016

İÇİNDEKİLER

1. FİNANS MATEMATİĞİNE GİRİŞ	1
1.1 Faiz Kuralları	1
1.2 Basit faiz	1
1.3 Bileşik faiz	3
1.4 Bileşik faiz hesabı için diğer bir yaklaşım	5
1.5 Yıllık ani faiz oranı δ	7
1.6 i_f ve i_{nom} arasındaki ilişkiler	17
1.7. İskonto	20
1.8 Denk faiz oranları	27
1.9 Çözülmüş Alıştırmalar	29
ALIŞTIRMALAR	36
2. BİLEŞİK FAİZ KURAMININ UYGULAMALARI	39
2.1 Giriş	39
2.2 Denk değerler	39
2.3 Kesikli değerler için nakit para akışında peşin değer	40
2.4 Kesikli değerler için nakit para akışında biriken değer	42
2.5 Sürekli para akışında peşin değer ve biriken değer	44
2.6 Denk Vade	45
2.7 Çözülmüş Alıştırmalar	46
ALIŞTIRMALAR	50
3. ÖLÜM ORANI VE YAŞAM TABLOLARI	51
3.1 Yaşam süresi (Hayatta kalma süresi)	51
3.2 Ölüm oranının (Mortalitenin) aktüeryal fonksiyonları	55
3.2.1 Ani ölüm oranı: μ_x	56
3.2.2 Yaşam süresinin beklenen değeri	63
3.3 Yaşam tabloları	65
3.4 Ölüm kanunları	66
3.5 Çözülmüş Alıştırmalar	69
ALIŞTIRMALAR	73
4. YILLIK DÜZENLİ GELİRLER (RANTLAR=ANNUİTELER)	75
4.1 Giriş	75
4.2 Rantların sınıflandırılması ve değerlendirilmesi	75
4.3 Rantların Ödenme Zamanları	76
4.3.1 Devre başı ödemeli n yıllık rantın peşin değeri (bugünkü değer=şimdiki değer) ve biriken değeri	76
4.3.2 Devre sonu ödemeli rantlar (Peşin değer ve Biriken değer)	81
4.4 Ertelenmiş rantlar	89
4.4.1 Devre başı ödemeli ertelenmiş rantlar	91
4.4.2 Devre sonu ödemeli ertelenmiş rantlar	93

4.5 Değişen ödemeli rantlar	94
4.5.1 Devre başı ödemeli artan rantlar için peşin değer ve biriken değer	94
4.5.2 Devre sonu ödemeli artan rantlar için peşin değer ve biriken değer	96
4.5.3 Devre sonu ödemeli 1 lira artan rantlar için peşin değer ve biriken değer	98
4.5.4 Devre sonu ödemeli 1 lira azalan rantlar için peşin değer ve biriken değer ...	99
4.5.5 Devre başı ödemeli 1 lira artan rantlar için peşin değer ve biriken değer	100
4.5.6 Devre başı ödemeli 1 lira azalan rantlar için peşin değer ve biriken değer ..	102
4.6 Yılda birden çok ödemeli rantlar	106
4.6.1 Yılda p kez devre sonu ödemeli rantlar	106
4.6.2 Yılda p kez devre başı ödemeli rantlar	109
4.7 Sürekli rantlar	112
4.8 Süresi sınırsız rantlar	114
4.8.1. Devre sonu ödemeli süresi sınırsız rantın peşin değeri	116
4.8.2 Devre başı ödemeli süresi sınırsız rantın peşin değeri	117
4.8.3 Sürekli ödenebilir süresi sınırsız rantın peşin değeri	113
4.8.4 Devre sonu ödemeli her yıl 1 lira artan süresi sınırsız bir rantın peşin değeri	118
4.8.5 Devre başı ödemeli her yıl 1 lira artan süresi sınırsız bir rantın peşin değeri	118
4.8.6 Sürekli devre başı öd. her yıl 1 lira artan süresi sınırsız bir rantın peşin de.	119
4.8.6 Sürekli devre başı ödemeli her yıl 1 lira azalan bir rantın peşin değeri	119
4.8.7 Sürekli ödemeli her yıl 1 lira azalan bir rantın peşin değeri ve biriken değeri	119
4.8.8 Sürekli ödemeli her yıl değişen oranda artan n yıllık rantlar	120
4.8.9 Sürekli ödemeli sürekli artan süresi sınırsız bir rantın peşin değeri	120
4.8.10 Sürekli ödemeli her yıl değişen oranda azalan n yıllık rantlar	121
4.9 Çözülmüş Alıştırmalar	121
ALIŞTIRMALAR	126
5. HAYAT RANTLARI (ANUİTELERİ)	129
5.1 Giriş	129
5.2 Ertelenmiş Sermaye (Kapital)	130
5.3 Ömür boyu süren hayat rantları	133
5.4 Ertelenmiş hayat rantları	136
5.5 Sınırlı süreli hayat rantları	139
5.5.1 Devre başı ödemeli n yıllık hayat rantı (Peşin dönemsel hayat rantı)	139
5.5.2 Devre sonu ödemeli n yıllık hayat rantı (Normal dönemsel hayat rantı)	140
5.5.3 Ertelenmiş sınırlı süreli hayat rantları	141
5.6 Değişen ödemeli hayat rantları ($n \rightarrow \infty$ iken)	144
5.6.1 Devre başı artan ödemeli hemen başlayan ve ömür boyu süren hayat rantları	144
5.6.2 Devre sonu artan ödemeli hemen başlayan ve ömür boyu süren hayat rantları	144
5.6.3 n lira ile başlayan ve izleyen yıllarda $n-1, n-2, \dots$ biçiminde azalan	

ödemeli hayat rantları	146
5.7 Yılda p kez ödemeli hayat rantları	146
5.7.1 Yılda p kez devre başı ödemeli hayat rantları	146
5.7.2 Yılda p kez devre başı ödemeli artan hayat rantları	148
5.7.3 Yılda p kez devre sonu ödemeli rantlar	149
5.7.4 Yılda p kez devre sonu ödemeli artan hayat rantları	150
5.8 Sürekli hayat rantları	152
5.9 Çözülmüş Alıştırmalar	155
ALİŞTİRMALAR	161
6. HAYAT SİGORTALARI	163
6.1 Giriş	163
6.2 Sınırlı süreli hayat sigortası	165
6.3 Ömür boyu süren hayat sigortası (Tüm yaşam sigortası)	166
6.4 Ertelemiş hayat sigortası	168
6.5 Sınırlı süreli karma hayat sigortası	169
6.6 Değişen tazminatlı hayat sigortası	171
6.7 Ölüm anında tazminat ödemeli hayat sigortası	172
6.8 Ölüm anında değişen tazminat ödemeli hayat sigortası	174
6.9 Hayat rantları ve hayat sigortaları arasındaki ilişkiler	175
6.10 Sürekli hayat rantları ve sürekli hayat sigortaları arasındaki ilişkiler	178
6.11 Çözümlü Alıştırmalar	178
ALİŞTİRMALAR	182
7. PRİMLER	185
7.1 Giriş	185
7.2 Net Primler	185
7.3 Brüt Primler	197
7.4 Çözülmüş Alıştırmalar	199
ALİŞTİRMALAR	204
Ek 1 Bileşik Faiz Tabloları	206
Ek 2 Mortalite Tablosu için Temel Fonksiyonlar	211
Ek 3 Komütasyon Fonksiyonları $D_x, N_x, S_x, i=0.06$	214
Ek 4 Komütasyon Fonksiyonları $C_x, M_x, R_x, i=0.06$	217
Ek 5 Net Tek Primler, $i=0.06$	220
EK 6. Aktüerya Matematiğindeki Simgesel Gösterimler	223
EK 7. Sigorta ile ilgili bazı deyimler	225
KAYNAKLAR	226
DİZİN	227-228

KAYNAKLAR

- Athearn, J. L. ve Schmit, J. T. (1989) Risk and Insurance, West Publishing, USA, 1989.
- Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C, Jones, D. A., ve Nesbitt, C. J. (1986) Actuarial Mathematics Society of Actuaries, Itasca, Illinois.
- Cunningham, R. Herzog, T. ve London, R. (2009) Models for Quantifying Risk, 3rd Ed. Published by Actex.
- Dimitriyadis, I. (1991) Hayat Sigortaları: Aktüerya Matematiği ve Risk Analizi Kursu, Boğaziçi Üniversitesi
- Gupta, A. K. ve Varga, T. (2002) An Introduction to Actuarial Mathematics Kluwer Academic Publishers.
- Kellison, S. G. (1991) The Theory of Interest, Irwin Inc., USA.
- Mc Cutcheon, J.J. ve Scott F., 1996, An Introduction to the Mathematics of Finance, Butterworth-Heinemann, Oxford.
- Menge, W.O. ve Fischer, C.H. (1991) The Mathematics of Life Insurance, Ullrich Bookstore, Michigan.
- Moralı, N. (1997) Hayat Sigortaları için Aktüeryal Teknikler, Genç Sigortacılar Derneği (GESID) Yayınları
- Ruckman, C. ve Francis, J. (2005) Financial Mathematics: A Practical Guide for Actuaries and other Business Professionals (Second Edition), (Warren Centre for Actuarial Studies and Reseach)
- Slud, E. V. (2001) Actuarial Mathematics and Life-table Statistics (University of Maryland) Veeh, J. A. (2006) Lecture Notes on Actuarial Mathematics, Auburn University, USA. Winkel, M. (2003) 013 Actuarial Science (Lecture notes) University of Oxford.