

Olasılık ve İstatistik

Prof. Dr. Fikri AKDENİZ

**AKADEMİSYEN KİTABEVİ
2018**



**AKADEMİSYEN
KİTABEVİ**



AKADEMİSYEN
KİTABEVİ

© Copyright 2018

Bu kitabın, basım, yayın ve satış hakları Akademisyen Kitabevi A.Ş.'ne aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kağıt ve/veya başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz, dağıtılamaz. Tablo, şekil ve grafikler izin alınmadan, ticari amaçlı kullanılamaz. Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır.

ISBN
978-605-2396-41-4

Yayın Koordinatörü
Yasin DİLMEN

Kitap Adı
Olasılık ve İstatistik

Sayfa ve Kapak Tasarımı
Kerem ACAR

Yazar
Prof. Dr. Fikri AKDENİZ

Yayıncı Sertifika No
25465

Baskı ve Cilt
Ziraat Grup Matbaacılık A.Ş. ANKARA/2018

DOI
10.37609/akya.1550

GENEL DAĞITIM
Akademisyen Kitabevi A.Ş.

*Halk Sokak 5 / A
Yenişehir / Ankara
Tel: 0312 431 16 33
siparis@akademisyen.com*

www.akademisyen.com

Yirmi İkinci Baskı İçin Önsöz

Bu kitap Yükseköğretim kurumlarımızda Olasılık ve İstatistik dersleri alan değişik disiplinlerdeki öğrencilerimizi temel kavramlar üzerinde aydınlatmak amacıyla hazırlanmıştır. Disiplinler arası araştırma yapan lisanüstü öğrenciler referans kitabı olarak yararlanabilirler.

Günümüzde, Aktüerya, Eğitim, Ekonometri, Haberleşme, İktisat, İstatistik, İşletme, Matematik, Matematik Eğitimi, Mühendislik alanlarında (özellikle Elektrik-Elektronik, Bilgisayar, Endüstri, Jeoloji, Tekstil), Psikoloji, Sağlık bilimleri, Ziraat ve diğer disiplinlerde istatistik yöntemlere gereksinim duyulmaktadır. Bu nedenle bölüm sonlarındaki problemler, konuların işleniş sırasıyla istatistiğin kullanıldığı değişik araştırma alanlarından seçilerek, kitabın değişik alanlarda öğrenim gören öğrencilere yararlı olabileceği düşünülmüştür. Bazı bölümlerin sonlarında yer alan çözümlü alıştırmalar bölümü tamamlayıcı nitelikte olup öğrenciye problemleri çözme cesaretini verecek ve dersi veren öğretim elemanına da yol gösterici olacaktır. Kitapta 2.-7. bölümlerin içine bazı yeni çözümlü alıştırmalar koyulmuştur. Matematik, İstatistik, İktisat, İşletme, Bilgisayar, Elektrik-Elektronik, Matematik - Bilgisayar bölümlerinde olasılık ve /veya istatistik dersi verdiğim yıllarda öğrencilerin 3., 4., 5. ve 6. bölümlerde alıştırmalar üzerinde hatalı düşüncelerle çözüm aradıkları görüldü. Bu nedenle 17. baskıda 2.-7. bölümlerdeki alıştırmalar içindeki tüm soruların çözümleri eklendi.

Olasılık ve istatistik olarak iki kısımdan oluşan bu kitabın ilk 7 bölümünde verilen normal dağılım ve diğer olasılık dağılımları ile ilgili bilgilerin 10, 11 ve 12. bölümlerin daha iyi anlaşılmasını sağlayacağı düşünülmektedir. Kitabın istatistik kısmında matematiksel analiz yönüne fazla ağırlık verilmemekle birlikte konular üzerinde ayrıntılı biçimde durularak matematiksel istatistik ya da olasılık ve istatistik kuramı dersleri için başlangıç olmasına çalışılmıştır.

1976 yılından günümüze kadar çeşitli Yükseköğretim Kurumlarında bu kitabın önceki baskılarını ders kitabı olarak okutarak ya da yardımcı kitap olarak yararlanarak, düzeltilmiş ve genişletilmiş yeni baskılarının oluşumunda düşünceleri, ilgileri ve cesaretlendirici yaklaşımlarıyla destek veren meslektaşlarımıza teşekkür ederim. Her zaman daha iyisini yapabilmek için katkılarını esirgemeyen Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü Emekli Öğretim Üyesi Prof. Dr. **Fikri Öztürk**'e, Çukurova Üniversitesi İstatistik Bölümü Öğretim Üyelerinden Prof. Dr. **Sadullah Sakallıoğlu**, Prof. Dr. **Selahattin Kaçıranlar**, Prof. Dr. **A. İhsan Genç**, Prof. Dr. **Güzin Yüksel**, Doç. Dr. **Deniz Ünal** ve Prof. Dr. **M. Revan Özkale**'ye;; Ordu Üniversitesi Öğretim Üyesi Prof. Dr. **Cemil Yapar**'a, Marmara Üniversitesi Öğretim Üyesi Prof. Dr. **Müjgan Tez**'e, Karadeniz Teknik Üniversitesi Emekli Öğretim üyesi Prof. Dr. **İhsan Ünver**'e, Çukurova Üniversitesi Ekonometri Bölümü Öğretim Üyeleri Prof. Dr. **Altan Çabuk**., Doç. Dr. **Ebru Özgür Güler**, Doç. Dr. **Hüseyin Güler** ve Doç. Dr. **Gülşen Kıral**'a; Mersin Üniversitesi Öğretim Üyesi Prof. Dr. Hamza Erol; Marmara Üniversitesi Biyoistatistik bölümü öğretim üyesi Doç. Dr. **Esra Akdeniz**'e Üniversitelerimizde bu kitabı kaynak olarak önerip öğrencilerin yararlanmasına sunan ve isimlerini yazmadığım tüm meslektaşlarımıza, uygulama yaparak problem çözümlerinde yardımcı olan araştırma görevlilerine ve basımı yeniden gerçekleştiren **AKADEMİSYEN KİTABEVİ**'ne teşekkürlerimi sunarım.

Prof. Dr. Fikri AKDENİZ
ADANA 2018



REV. T. BAYES
Bayes
(1702-1761)



Daniel Bernoulli
Daniel Bernoulli
(1700-1782)



JACOB BERNOULLI 1667
Jacop Bernoulli
(1654-1705)



GEORGE LOUIS LE CLERC, Comte de Buffon
Buffon
(1707-1788)



P. Chebyshev
Chebyshev
(1821-1894)



Condorcet
(1743-1794)



D'ALEMBERT
D'Alembert
(1717-1783)



Abra. De Moivre
De Moivre
(1667-1754)



AUGUSTUS DE MORGAN
De Morgan
(1806-1871)



Euler
(1707-1783)



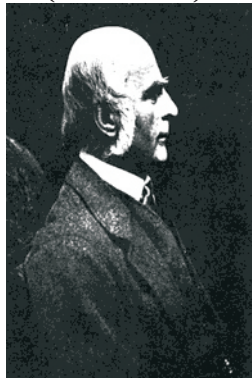
Fermat
(1601-1665)



Fisher
(1890-1962)



Galileus Galileus Florentinus
Galileo
(1564-1642)



Galton
(1822-1911)



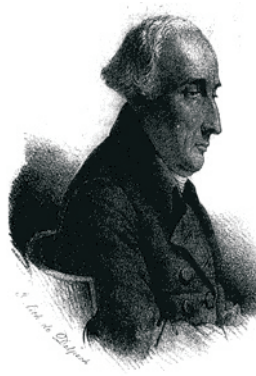
C. F. Gauss
Gauss
(1777-1855)



'Student' in 1908
Gosset (Student)
(1876-1937)



Huygens
(1625-1695)



Lagrange
(1736-1813)



© Laplace in his robes as Chancellor of the Senate.

Laplace
(1749-1827)



Leibniz
(1646-1716)



Mendel
(1822-1884)



Jerzy Neyman
(1894-1981)



Pascal
(1623-1662)



Karl Pearson
(1857-1936)



Poisson
(1781-1842)



Simpson
(1710-1761)



Yates
(1902-1994)

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Olasılık ve İstatistik	3
1.2. Olasılık ve İstatistiğin Dünyası	4
1.3. Kitabın Eğilimi	5
BÖLÜM 2. KÜMELER KURAMI VE ÖRNEK UZAY	7
2.1. Küme Kavramı	9
2.2. Kümeler Üzerinde İşlemler	11
2.3. Örnek Uzaylar, Örnek Noktalar ve Olaylar	15
2.4. Örnek Noktaları Sayma Kuralları	19
2.5. Çözümlü Alıştırmalar	20
2.6. Alıştırmalar	24
BÖLÜM 3. PERMÜTASYONLAR VE KOMBİNASYONLAR	29
3.1. Permütasyonlar	31
3.2. Kombinasyonlar	36
3.2.1. Tekrarlı Kombinasyonlar	42
3.3. Tümü Birbirinden Farklı Olmayan Nesnelerin Kombinasyonu	43
3.4. Sıralı ve Sırasız Parçalanmalar	48
3.4.1. Sıralı Parçalanma	48
3.4.2. Sırasız Parçalanma	49
3.5. Binom Teoremi	51
3.6. Çözümlü Alıştırmalar	53
3.7. Alıştırmalar	56
3.8. Karışık Problemler	60
BÖLÜM 4. OLASILIĞA GİRİŞ	61
4.1. Bir Olayın Olasılığı ve Olasılık Aksiyomları	63
4.2. Bazı Olasılık Kuralları	67
4.2.1. Sürekli Örnek Uzayları ve Geometrik Olasılık	71
4.3. Koşullu Olasılık	74
4.4. Bağımsız Olaylar	79
4.5. Bayes Teoremi	86
4.6. Çözümlü Alıştırmalar	90
4.7. Alıştırmalar	114
4.8. Karışık Problemler	122

BÖLÜM 5. RASGELE DEĞİŞKENLER VE DAĞILIMLARI 125

5.1. Rasgele Değişken Kavramı	127
5.2. Kesikli Rasgele Değişkenin Dağılımı	128
5.3. Sürekli Rasgele Değişkenin Dağılımı	134
5.4. İki Boyutlu Rasgele Değişkenler	140
5.5. Bir Rasgele Değişkenin Beklenen Değeri	149
5.6. Beklenen Değerin Özellikleri	153
5.7. Bir Rasgele Değişkenin Varyansı	157
5.8. Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri	161
5.9. Momentler	165
5.9.1. Bir Dağılımda Çarpıklık (Skewness) ve Sivrilik (Kurtosis)	169
5.10. Chebyshev Eşitsizliği	170
5.11. Çözümlü Alıştırmalar	173
5.12. Rasgele Değişkenlerin Fonksiyonları	179
5.13. Karakteristik Fonksiyonlar	181
5.14. Alıştırmalar	185
5.15. Karışık Problemler	192

BÖLÜM 6. BAZI KESİKLİ OLASILIK DAĞILIMLARI 197

6.1. Giriş	199
6.2. Bernoulli Dağılımı	199
6.3. Binom dağılımı	200
6.4. Çok Terimli Dağılım	207
6.5. Geometrik Dağılım	209
6.6. Negatif Binom Dağılımı	213
6.7. Hipergeometrik dağılım	216
6.8. Poisson Dağılımı	221
6.9. Uniform (Düzgün) Dağılım	226
6.10. Çözümlü Alıştırmalar	227
6.11. Alıştırmalar	232

BÖLÜM 7. SÜREKLİ RASGELE DEĞİŞKENLERİN DAĞILIMLARI 239

7.1. Normal Dağılım	241
7.2. Standart Normal Dağılım	244
7.2.1. Standart Normal Eğrinin Özellikleri	245
7.3. Binom Dağılımına Normal Yaklaşım	251
7.3.1. Süreklilik Düzelmeleri İçin Genel Açıklama	253
7.4. Çözümlü Alıştırmalar	256
7.4.1. Normal Dağılımın Moment Çıkaran Fonksiyonu	261
7.5. Önemli Sürekli Rasgele Değişkenler ve Dağılımlar	263
7.5.1. Düzgün Dağılım	263
7.5.2. Üstel Dağılım	264
7.5.3. Gama Dağılımı	265
7.5.4. Beta Dağılımı	266
7.6. Dağılımlar Arasındaki İlişkiler	266
7.7. Alıştırmalar	269
7.8. Karışık Problemler	272

BÖLÜM 8. ÖRNEKLEM (ÖRNEK) SEÇİMİ **277**

8.1. Örneklem Kavramı	279
8.2. Örneklem Seçimi	280
8.2.1. Basit rasgele Örneklem Seçimi	281
8.2.2. Sistematik Rasgele Örneklem Seçimi	282
8.2.3. Tabakalı Rasgele Örneklem Seçimi	283
8.2.4. Rasgele Küme Örneklemeleri	284
8.3. Alıştırmalar	284

BÖLÜM 9. VERİLERİN DÜZENLENMESİ VE ANALİZİ **285**

9.1. Giriş ve Ön Bilgiler	287
9.2. İstatistiğin Amacı Nedir?	288
9.2.1. Veri düzenlenmesi	289
9.3. Frekans (Sıklık) Dağılımı	290
9.4. Grafiksel Gösterimler	293
9.5. Merkezsel Eğilim Ölçüleri	296
9.5.1. Aritmetik Ortalama	296
9.5.2. Medyan (Orta Değer = Ortanca)	300
9.5.3. Mod (Tepe Değeri)	301
9.5.4. Ortalama, Orta Değer ve Tepe Değerin Karşılaştırılması	302
9.5.5. Geometrik Ortalama	303
9.5.6. Harmonik Ortalama	304
9.5.7. Merkezi Eğilim Ölçülerinin Karşılaştırılması	304
9.6. Dağılım Ölçüleri	305
9.6.1. Çarpıklık Ölçütü	312
9.7. Veri dağılımını Belirlemek İçin Diğer Gösterimler	312
9.7.1. Dal-Yaprak Gösterimi	312
9.7.2. Kutu Çizimleri	314
9.8. Varyasyon (Değişim) Katsayısı	315
9.9. Çözümlü Alıştırmalar	317
9.10. Alıştırmalar	323

BÖLÜM 10. ÖRNEKLEME DAĞILIMLARI VE TAHMİN ETME **329**

10.1. Giriş	331
10.2. Örneklem Ortalaması ve Varyansın Bazı Özellikleri	332
10.3. Nokta Tahmini	341
10.4. Bilinen Varyansla Kitle Ortalamasının Aralık Tahmini	343
10.4.1. Örneklem Büyüklüğü ne Kadar Olmalıdır?	345
10.4.2. Chebyshev Eşitsizliği ve Örneklem Büyüklüğü	348
10.4.3. Bazı Sürekli Dağılımlar	350
10.5. Varyans Bilinmediğinde Kitle Ortalamasının Aralık Tahmini (Küçük Örneklem Dayalı Güven Aralığı)	352
10.6. Kitle Standart sapması ve Varyansı İçin Aralık Tahmini	357
10.7. Normal Dağılımlı İki Kitlenin Ortalamaları Farkı İçin Aralık Tahmini	359
10.8. Ölçüm Çiftleri İçin Aralık Tahmini	364
10.9. Normal Dağılımlı İki Kitlenin Varyanslarının Oranı İçin Aralık Tahmini	367

10.10. Binom Olasılık Fonksiyonunda p nin Aralık Tahmini	370
10.10.1. Örneklem Büyüklüğü Ne Kadar Olmalıdır?	371
10.11. İki Binom Parametresinin Farkının Aralık Tahmini	373
10.12. Alıştırmalar	375

BÖLÜM 11. İSTATİSTİKSEL SONUÇ ÇIKARMA: HİPOTEZ TESTİ 381

11.1. Giriş	383
11.2. Basit Hipotezlerin Test Edilmesi	384
11.3. Bilinen Varyansla Normal Dağılıma Sahip bir Kitlenin Ortalaması İçin Hipotez Testi	387
11.3.1. Hipotez Testine P-Değeri Yaklaşımı	396
11.4. Bilinmeyen Varyansla Normal Dağılımlı bir Kitlenin Ortalaması İçin Hipotez Testi	399
11.5. Güven aralıklarının ve Hipotez Testinin Karşılaştırılması	402
11.6. Normal Dağılımlı Bir Kitlenin Varyans ve Standart Sapması İçin Hipotez Testi	403
11.7. Normal Dağılımlı İki Kitlenin Ortalamaları İçin Hipotez Testi	405
11.7.1 İlgili Ölçüm Çiftleri İçin Testler	413
11.8. Normal Dağılımlı İki Kitlenin Varyanslarının Eşitliği İçin Hipotez Testi	414
11.9. Binom Dağılımındaki p Parametresi İçin Hipotez Testi	416
11.10. İki Binom Parametresinin farkı İçin Hipotez Testi	418
11.11. Ortalamaların Test Edilmesi İçin Örneklem Büyüklüğünün Seçimi	421
11.12. Çözümlü Alıştırmalar	424
11.13. Alıştırmalar	429

BÖLÜM 12. Kİ-KAREYE DAYANAN ÖNEMLİLİK TESTLERİ 435

12.1. Giriş	437
12.2. Uyum Testi	441
12.2.1. Binom Dağılımı İle Uyum Testi	442
12.2.2. Poisson dağılımı İle Uyum Testi	443
12.2.3. Normal Dağılım İle Uyum Testi	444
12.3. Bağımsızlık Testi: Sınıflandırma Tabloları	446
12.4. k Tane Oran Arasındaki Farklarla İlgili Testler	451
12.5. Alıştırmalar	453

BÖLÜM 13. REGRESYON VE KORELASYON 457

13.1. Regresyon Analizi	459
13.1.1. Giriş	459
13.1.2. Model ve Parametre Tahmini	459
13.2. En Küçük Kareler Tahmini	461
13.3. Varyansın Tahmini ve Kareler Toplamının Parçalanması	465
13.4. Güven Aralıkları Ve Hipotez Testi	468
13.4.1. X in Verilmiş Bir Değerinde $\mu_{y/x}$ İçin Güven Aralığı	473
13.4.2. X in Verilmiş Bir Değeri İçin Y nin Özel Bir Değerini Tahmin Etme	473
13.5. Çok Değişkenli Doğrusal Regresyon	478

13.6. Doğrusal Olmayan Regresyon	479
13.7. Regresyon Modelinin Doğrusallık (Lineerlik) Testi (Tekrarlı Ölçümler ve Uyum Eksikliği)	481
13.8. Korelasyon	484
13.9. Korelasyon Katsayısının Önemliliği	486
13.10. Alıştırmalar	489

BÖLÜM 14. VARYANS ANALİZİ **493**

14.1. Giriş	495
14.2. Gösterimler	496
14.3. Kitle Ortalamalarının Eşitliğinin Testi	497
14.4. Varyansların Eşitliğinin Test edilmesi	502
14.5. Alıştırmalar	504

BÖLÜM 15. ENDEKS SAYILAR **503**

15.1. Giriş	509
15.2. Basit Endeks	510
15.3. Basit Toplam Fiyat Endeksi	511
15.4. Oranların Aritmetik Ortalaması ile Fiyat Endeksi	512
15.5. Ağırlıklı Fiyat Endeksleri	513
15.6. Miktar ve Değer Endeksi	516
15.7. Zincirleme Endeks	518
15.8. Alıştırmalar	519

BÖLÜM 16. ZAMAN SERİLERİNİN ANALİZİ **521**

16.1. Giriş	523
16.2. Zaman Serilerinin Değişimlerinin (Hareketlerinin) Sınıflandırılması	523
16.3. Alıştırmalar	531

ALİŞTİRMALARIN YANITLARI ve ÇÖZÜMLERİ 533-585

TABLolar 587-598

KAYNAKLAR 599-600

DİZİN 601-603

KAYNAKLAR

- Anderson T. W., Selove S. L.** *An Introduction to the Statistical Analysis of Data*, Houghton Mifflin Company, Boston (1978).
- Barnett, V.** *Elements of Sampling Theory*, Hander and Stoughton Limited, London (1988).
- Beaver, R., Mendehall, W., Reinmuth, J.** *Statistic for Management and Economics*, Wadsworth Publishing Company, Inc., London (1971).
- Bowen, E. K., Starr, M.K.** *Basic Statistic for Business and Economics*, McGraw Hil Book Co. (1982).
- Brunk, H. D.,** *An Introduction to Mathematical Statistics*, Blaisdell Publishing Company, London (1965).
- Cass, T.,** *Statistical Methods in Mnagement*, Cassel, London (1971).
- Carlson, R. A.,** *Statistics*, Holden-Day, Inc., San Francisco (1973).
- Dixon, W. J., Massey, F. J.** *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw Hill Book Company, Inc. New York (1957).
- Freund, J. E.** *Mathematical Statistics* Prentice Hill, Englewood Cliffs, Nwe Jersey 07632 (1992)
- Gnedenko, B. V.** *The Theory of Probability*, Mir Publishers, Moscow (1969)
- Gunter, W. C.** *Consepts of Statistical Inference*, McGraw Hill Book Company, Inc. New York (1965)
- Haris, B.** *Theory of Probability*, Addison-Wesley, London (1966).
- Hastings, K. J.** *Probability and Statistics*, Addison-Wesley, New York, (1997).
- Hoel, P.G. Jessen, R. J.** *Statistics for Businnes and Economics*, John Wiley and Sons, New York (1971).
- Hogg, R. V., Craig, A. T.** *Introduction to Mathematical Statistics*, The McMillan Company, New York (1970).
- Hunsberger, D. V., Billingsley, P.** *Elements of Statistical Inference*, Allyn and Bacon, Inc. Boston (1973).
- Lipschutz, S.** *Theory and Problems of Probability*, McGraw Hill Book Company Inc., New York (1968).
- Malik, H. J., Muller, R.** *A First Course in Probability and Statistics*, Addishing Company, London (1970).
- Mc Clave, J. T., Dietrich, F. H., Sincich, T.** *Statistics*, Prentice Hall, New Jersey (1997).
- Meyer, P. L.** *Introductory Probability and Statistical Applications*, Addison-Wesley Publishing Company, London (1970).
- Milton, J. S., Arnold, J. C.** *Introduction to Probability and Statistics*, McGraw Hill Book Company, New York (1990).
- Mosteller, F., Rourke, R. E. K., Thomas, G. B.** *Probability wiyh Statistical Applications*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. London (1961).
- Newton, B. L.** *Statistics for Businnes*, Science Research Associares Inc. Chicago (1969).
- Ross, S.** *A First Course in Probability*, Prentice-Hall International, Inc. New Jersey

(1998).

Rotar, V. *Probability Theory*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. (1997).

Wackerly, D. D., Mendelhall, W., Scheaffer R. L. *Mathematical Statistics with Applications*, Duxburg Press, New York (1996).

Walpole, R. E. *Introduction to Statistics*, The McMillian Company, New York (1969)

Weiss, N. A., Hasset M. J. *Introductory Statistics*, Addison-Wesley Publishing Company, New York (1991).