

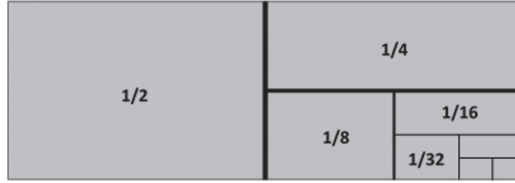
Bölüm 10

MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE SÖZSÜZ İSPATLAR VE YENİ ÖRNEKLER¹

Ahmet DELİL²

1. GİRİŞ

Bir çikolata barının önce yarısı yenir, sonra kalanın yarısı, sonra onun da kalanının yarısı yenir ve böylece tekrar tekrar devam edilirse toplam ne kadar çikolata yenir? Aşağıdaki şekil bu problemin çözümünü modelleyen ve bir geometrik serinin sonsuz toplamının 1 olduğunu gösteren bir sözsüz ispattır.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots = 1$$

Şekil 1. Bir geometrik seri için sözsüz ispat.

Matematik için örüntü ve düzen bilimidir denir (Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010). Gerçekten de matematiğin konusu genellemeler ve bunların ispatlarıdır. Miller'a (2012) göre ispat kavramına iki açıdan bakılabilir: Birincisi, ispat diye evvelki aksiyom ve ispatlanmış teoremleri kullanarak bir dizi mantıksal ifadeyle çürütülemez bir biçimde matematiksel bir genellemenin doğruluğunu göstermektir. İkincisi, ispat herhangi bir biçimde olabilir, yeter ki ispatın doğruluğu konusunda, eğitimli bir grubu ikna edebilsin. Sözsüz ispatlar konusunda tartışmasız en çok ürün veren Nelsen'e (1993) göre sözsüz ispatlar ispat değildir. Ancak, yazar sözsüz ispatlar ispat değilse nedir diye de sorar. Ona göre bu sorunun kapsamlı bir yanıtı olmamakla birlikte, bir matematik öğretmenin görselleştirme becerisinin çok iyi olması gerekir.

¹ Bu çalışma kısmen ULEAD-2018 kongresinde sunulmuştur.

² Dr. Öğr. Üyesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, delil@hotmail.com

3. SONUÇ VE ÖNERİLER

Şekiller-çizimler tek başlarına ispat olmayabilirler, çünkü bunlar da açıklama gerektirebilirler. Ancak, bunlar derslerde kullanıldığında oldukça kullanışlı ve kolaylaştırıcı araçlar olabilmektedirler. Yakınsak geometrik seri toplamları için ilk olarak burada yayınlanan sözsüz ispatlar ve Şekil 8'de verilen genelleme, tüm yakınsak geometrik serilerin toplamını sözsüz ispat olarak vermesi açısından önemlidir.

Yakınsak geometrik serilerin toplamına ilişkin yukarıda verilen görsel ispatlar, son zamanlarda oldukça popüler olan bu alanı tanıtmak ve matematik öğretiminde materyal geliştirmede yararlanmak amacıyla da hizmet eder. Sözsüz ispatlar özellikle öğretimde değerli araçlardır (Miller, 2012). Altıparmak ve Öziş (2005) göre de ispat ve muhakeme becerisinin öğretimi ve bu becerinin öğrencilerde gelişimi öğretmene bağlıdır. Öğrencilerinin sezgilerini güçlendirmek için öğretmenlerin özellikle görsel çizimler ve sözsüz ispatlar konusunda bilgili ve gelişmiş becerilere sahip olmaları beklenir. Bu amaçla materyal geliştirmeye de kaynaklık edebilecek böyle görsel ispatlar için Eğitim Fakültelerinin ilgili bölümlerinde seçmeli ders açılması önerilmektedir.

KAYNAKLAR

- Alpay, Ş. (1995). Bak-anla şekilleri. Matematik Dünyası, 5(4).
- Alsina, C., & Nelsen, B. R. (2006). Math Made Visual: Creating Images For Understanding Mathematics (Classroom Resource Material). Washington: MAA.
- Alsina, C., & Nelsen, B. R. (2010). An invitation to Proofs Without Words. European Journal of Pure and Applied Maths, 3(1), 118-127.
- Altıparmak, K., & Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. Ege Eğitim Dergisi, 6(1), 25-37.
- Altun, M. (2013). Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi (18 b.). Bursa: Aktüel Alfa Akademi.
- Demircioğlu, H., & Polat, K. (2016). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının sözsüz ispatlar ile yaşadıkları zorluklar hakkındaki görüşleri. Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 4(7), 81-99.
- Isaacs, R. (1975, Eylül). Two mathematical papers without words. Mathematics Magazine, 48(4), s. 198.
- Miller, R. L. (2012). On proofs without words. Whitman College. Şubat 14, 2020 tarihinde <https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/Miller.pdf> adresinden alındı
- Nelsen, R. (1993). Proofs Without Words: Exercises in Visual Thinking. Washington: Mathematical Association of America.
- Page, W. (1981). Geometric sums. Mathematics Magazine, 54, s. 201.
- Ufuktepe, Ü. (2009). Matematikte resimle ispat. Çanakkale: ÇOMÜ. 2 15, 2020 tarihinde http://maycalistaylari.comu.edu.tr/calistay2009_2/sunumlar/danisman/unal_ufuktepe_matematik.pdf adresinden alındı
- Uğurel, I., Morali, H. S., & Karahan, Ö. (2011). Matematikte yetenekli olan ortaöğretim öğrencilerin

Alan Eđitimi

sözsüz ispat oluşturma yaklaşımları. I. Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretimi Kongresi (5-8 Ekim). Eskiřehir: Anadolu Üniversitesi. 2 15, 2020 tarihinde https://www.pegem.net/akademikongrebildiri_detay.aspx?id=129004 adresinden alındı

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary & Middle School Mathematics* (7 b.). Pearson International.